

**A1\_2**

**Musteraufgaben S. 5**

Das Rechteck  $ABCD$  mit  $A(1|0)$ ,  $B(4|0)$ ,  $C(4|2)$  und  $D(1|2)$  wird durch den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ ) in zwei Teilflächen zerlegt.

Ermitteln Sie das Verhältnis der Inhalte der beiden Teilflächen.

5 BE

**A\_gA1 (zur Musteraufgabe A1\_2)**

**Beispielaufgaben S. 4**

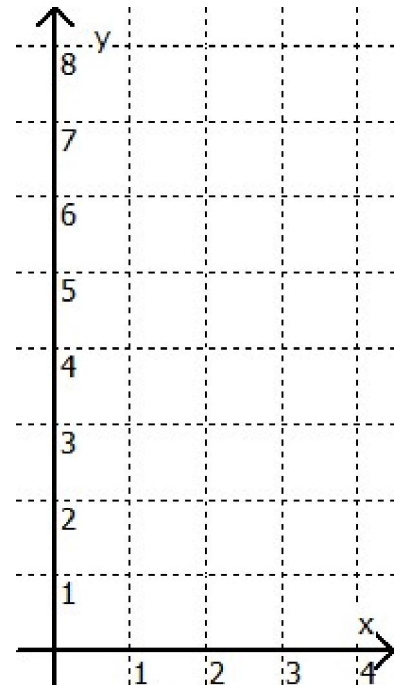
Das Rechteck  $ABCD$  mit  $A(1|0)$ ,  $B(2|0)$ ,  $C(2|8)$  und  $D(1|8)$  wird durch den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , in zwei Teilflächen zerlegt.

1.1 Skizzieren Sie die beiden Teilflächen in nebenstehendem Koordinatensystem.

2 BE

1.2 Ermitteln Sie den Flächeninhalt der oberen Teilfläche.

3 BE



Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
A1_2	<p>Berechnung des Flächeninhaltes unterhalb des Graphen von <math>f</math>.</p> $\int_1^4 \sqrt{x} \, dx = \left[ \frac{2}{3} \cdot x \cdot \sqrt{x} \right]_1^4 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ <p>Berechnung des Flächeninhaltes oberhalb des Graphen von <math>f</math>.</p> $2 \cdot 3 - \frac{14}{3} = \frac{4}{3}$ <p>Angabe des Verhältnisses: 7 : 2</p>	5
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
A_gA1		
1.1	<p>Skizze des Rechtecks und des Funktionsgraphen</p>	2
1.2	<p>Berechnung des Flächeninhaltes unterhalb des Graphen von <math>f</math>.</p> $\int_1^2 x^3 \, dx = \left[ \frac{1}{4} \cdot x^4 \right]_1^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$ <p>Berechnung des Flächeninhaltes oberhalb des Graphen von <math>f</math>.</p> $1 \cdot 8 - \frac{15}{4} = \frac{17}{4}$	3
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

**A2\_2**

**Musteraufgaben S. 14**

Für jeden Wert für  $a$  ( $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) ist eine Funktion  $f_a$  gegeben durch  $f_a(x) = e^{a \cdot x^2}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

Zeigen Sie, dass die Tangente  $t_a$  an den Graphen der Funktion  $f_a$  im Punkt  $P_a(1 | f_a(1))$  durch die Gleichung  $t_a(x) = 2 \cdot a \cdot e^a \cdot x + e^a \cdot (1 - 2 \cdot a)$  beschrieben werden kann.

5 BE

**A\_gA4 (zur Musteraufgabe A2\_2)**

**Beispielaufgaben S. 4**

Eine Funktion  $f$  ist gegeben durch  $f(x) = e^{3 \cdot x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Zeigen Sie, dass die Tangente  $t$  an den Graphen der Funktion  $f$  im Punkt  $P(1 | f(1))$  durch die Gleichung  $t(x) = 6 \cdot e^3 \cdot x - 5 \cdot e^3$  beschrieben werden kann.

5 BE

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
A2_2	<p>In der Tangentengleichung gibt der Term <math>2 \cdot a \cdot e^a</math> die Steigung an.</p> <p><math>f'_a(x) = 2 \cdot a \cdot x \cdot e^{a \cdot x^2}</math>; <math>f'_a(1) = 2 \cdot a \cdot e^a</math>; die Steigungen stimmen überein.</p> <p><math>f_a(1) = e^{a \cdot 1} = e^a</math>; <math>t_a(1) = 2 \cdot a \cdot e^a \cdot 1 + e^a \cdot (1 - 2 \cdot a) = e^a</math>; die Funktionswerte von <math>f_a</math> und <math>t_a</math> stimmen an der Stelle 1 überein.</p> <p>Damit beschreibt <math>t_a</math> die Tangente an den Graphen von <math>f_a</math> an der Stelle 1.</p> <p>Insbesondere sind bei dieser Aufgabe Wege zur Herleitung der Tangentengleichung gleichwertig.</p>	5
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
A_gA4	<p>In der Tangentengleichung gibt der Term <math>6 \cdot e^3</math> die Steigung an.</p> <p><math>f'(x) = 6 \cdot x \cdot e^{3 \cdot x^2}</math>; <math>f'(1) = 6 \cdot e^3</math>; die Steigungen stimmen überein.</p> <p><math>f(1) = e^{3 \cdot 1} = e^3</math>; <math>t(1) = 6 \cdot e^3 \cdot 1 - 5 \cdot e^3 = e^3</math>; die Funktionswerte von <math>f</math> und <math>t</math> stimmen an der Stelle 1 überein.</p> <p>Damit beschreibt <math>t</math> die Tangente an den Graphen von <math>f</math> an der Stelle 1.</p> <p>Insbesondere bei dieser Aufgabe sind Wege zur Herleitung der Tangentengleichung gleichwertig.</p>	5
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

**A\_eA1**

**Beispielaufgaben S. 25**

2.1 Geben Sie die Gleichung einer ganzrationalen Funktion  $f$  an, deren Graph punktsymmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist.

Berechnen Sie  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  für die von Ihnen gewählte Funktion.

2 BE

2.2 Begründen Sie die Gültigkeit folgender Aussage:

Wenn der Graph einer ganzrationalen Funktion  $f$  punktsymmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist, dann gilt für alle  $a > 0$ :  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

3 BE

**A\_gA2 (zur Beispielaufgabe A\_eA1)**

**Beispielaufgaben S. 5**

1.1 Berechnen Sie  $\int_{-1}^1 x^3 dx$ .

2 BE

1.2 Begründen Sie die Gültigkeit folgender Aussage:

Wenn der Graph einer Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , punktsymmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist, dann gilt:  $\int_{-1}^1 x^n dx = 0$ .

3 BE

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
A_eA1		
2.1	Z. B. die Funktion f zu $f(x) = x$ erfüllt die Bedingung.  Berechnung des Integrals: $\int_{-2}^2 x dx = \left[ \frac{1}{2} \cdot x^2 \right]_{-2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 0$	2
2.2	Der Graph von f schließt mit der x-Achse und den Geraden zu $x = -a$ und $x = a$ Flächenstücke ein. Je zwei dieser Flächenstücke sind wegen der Punktsymmetrie inhaltsgleich, gehen jedoch in die Berechnung des Integrals mit unterschiedlichen Vorzeichen ein.	3
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
A_gA2		
1.1	$\int_{-1}^1 x^3 dx = \left[ \frac{1}{4} \cdot x^4 \right]_{-1}^1 = \frac{1}{4} \cdot 1^4 - \frac{1}{4} \cdot (-1)^4 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	2
1.2	Der Graph von f ist punktsymmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs, wenn n ungerade ist. Dann schließt der Graph von f mit der x-Achse und den Geraden zu $x = 1$ und $x = -1$ im ersten und dritten Quadranten jeweils ein Flächenstück ein. Diese beiden sind wegen der Punktsymmetrie inhaltsgleich, gehen jedoch in die Berechnung des Integrals mit unterschiedlichen Vorzeichen ein.	3
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

**G1\_1**

**Musteraufgaben S. 6**

**Diese Aufgabe geht über die Vorgaben des niedersächsischen Kerncurriculums hinaus und kann daher in dieser Form nicht Gegenstand der niedersächsischen Abiturprüfung sein.**

Gegeben sind die Ebene  $E: 2 \cdot x_1 + x_2 - x_3 - 4 = 0$  sowie der Punkt  $P(-3|0|2)$ .

1.1 Zeigen Sie, dass der Punkt  $P$  nicht in der Ebene  $E$  liegt.

1 BE

1.2 Spiegelt man den Punkt  $P$  an der Ebene  $E$ , so erhält man den Punkt  $P'$ .  
Ermitteln Sie die Koordinaten von  $P'$ .

4 BE

**G\_gA1 (zur Musteraufgabe G1\_1)**

**Beispielaufgaben S. 9**

Gegeben sind die Ebene  $E$  mit  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $r, s \in \mathbb{R}$ , sowie die Punkte

$A(3|0|0)$  und  $B(-1|0|0)$ . Die Gerade  $g$  verläuft durch die Punkte  $A$  und  $B$ .

1.1 Zeigen Sie, dass  $A$  nicht in  $E$  liegt.

2 BE

1.2 Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{AB}$  in  $E$  liegt.

2 BE

1.3 Untersuchen Sie, ob der Richtungsvektor der Geraden  $g$  auf den Spannvektoren von  $E$  senkrecht steht.

2 BE

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G1_1	Hinweis: Diese Aufgabe geht über die Vorgaben des niedersächsischen Kerncurriculums hinaus und kann daher in dieser Form nicht Gegenstand der niedersächsischen Abiturprüfung sein.	
1.1	Da gilt $2 \cdot (-3) - 0 - 2 = -8 \neq 0$ , liegt P nicht in der Ebene E.	1
1.2	<p>Lotgerade zu E durch P: z. B. <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\lambda \in \mathbb{R})</math></p> <p>Parameter des Lotfußpunktes: <math>\lambda = 2</math></p> <p>Ansatz für die Ermittlung der Koordinaten von P': z. B.</p> $\vec{OP'} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \lambda = 2$ <p>Koordinaten von P': <math>P'(5   4   -2)</math></p>	4
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G_gA1		
1.1	Jeder Punkt auf E hat 1 als 1. Koordinate; damit ist A mit der Ebenengleichung nicht darstellbar.	2
1.2	Der Mittelpunkt ist $M(1 0 0)$ ; er gehört zu $s = r = 0$ .	2
1.3	<p>Ein möglicher Richtungsvektor von g ist <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math>; das Skalarprodukt mit den</p> <p>Spannvektoren von E ist jeweils 0.</p>	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		



**G1\_2 Musteraufgaben S. 7**

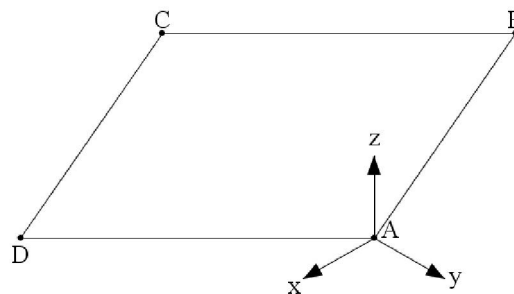
Gegeben ist das Viereck  $ABCD$  mit den Eckpunkten  $A(0|0|0)$ ,  $B(-3|1|4)$ ,  $C(2|-4|4)$  und  $D(5|-5|0)$ .

- 1.1 Weisen Sie nach, dass das Viereck  $ABCD$  ein Parallelogramm, aber kein Rechteck ist. 3 BE
- 1.2 Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius eines Kreises mit dem Durchmesser  $\overline{AC}$  an. 2 BE

**G\_gA2 (zur Musteraufgabe G1\_2)**

**Beispielaufgaben S. 10**

Gegeben ist das Viereck  $ABCD$  mit den Eckpunkten  $A(0|0|0)$ ,  $B(-3|1|4)$ ,  $C(2|-4|4)$  und  $D(5|-5|0)$ .



- 1.1 Weisen Sie nach, dass das Viereck  $ABCD$  ein Parallelogramm ist. 2 BE
- 1.2 Berechnen Sie die Länge der Seite  $\overline{AB}$  und zeigen Sie, dass die Seiten  $\overline{AB}$  und  $\overline{AD}$  nicht aufeinander senkrecht stehen. 2 BE

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G1_2 1.1	<p>Es gilt: <math>\overline{AB} = \overline{DC}</math>, da <math>\overline{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math>; <math>\overline{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Da zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang und parallel sind, ist das Viereck ein Parallelogramm.</p> <p>Es gilt <math>\overline{AB} \cdot \overline{AD} \neq 0</math>, da <math>\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = -15 - 5 + 0 = -20 \neq 0</math>.</p> <p>Da zwei benachbarte Seiten nicht orthogonal zueinander sind, ist das Viereck kein Rechteck.</p>	3

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
1.2	$\overline{x_M} = \overline{x_A} + \frac{\overline{AC}}{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Koordinaten des Mittelpunktes: <math>M(1 -2 2)</math></p> $r = \left  \frac{\overline{AC}}{2} \right  = \left  \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right  = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G_gA2		
1.1	<p>Es ist <math>\overline{AB} = \overline{DC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math>. Daher sind zwei gegenüberliegende Seiten zueinander parallel und gleich lang.</p> <p>Alternative: Auch die Seiten <math>\overline{AD}</math> und <math>\overline{BC}</math> sind wegen <math>\overline{AD} = \overline{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}</math> zueinander parallel.</p>	2
1.2	$ \overline{AB}  = \left  \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right  = \sqrt{9+1+16} = \sqrt{26}$ $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = -15 - 5 = -20 \neq 0$	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

**G\_eA3**

**Beispielaufgaben S. 28**

Gegeben sind die Punkte  $A(3|3|6)$  und  $K(2|2|4)$ .

2.1 Der Punkt  $M$  ist der Mittelpunkt einer Strecke  $\overline{AB}$  und der Punkt  $K$  der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{AM}$ . Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $B$ .

3 BE

2.2 Untersuchen Sie, ob die Punkte  $A$  und  $K$  zusammen mit dem Ursprung genau eine Ebene bestimmen.

2 BE

**G\_gA6 (zur Beispielaufgabe G\_eA3)**

**Beispielaufgaben S. 14**

Gegeben sind die Punkte  $A(3|3|6)$  und  $B(-1|-1|-2)$ .

1.1 Der Punkt  $M$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{AB}$  und der Punkt  $K$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{AM}$ . Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $K$ .

2 BE

1.2 Untersuchen Sie, ob die Punkte  $A$  und  $B$  zusammen mit dem Ursprung auf einer Geraden liegen.

2 BE

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G_eA3		
2.1	$\vec{b} = \vec{a} + 4 \cdot (\vec{k} - \vec{a}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}; B(-1 -1 -2)$	3
2.2	<p>Ursprungsgerade g durch K:</p> $g: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; r = \frac{3}{2}$ <p>Der Punkt A liegt auf der Geraden durch den Ursprung und den Punkt K.  Deshalb spannen diese drei Punkte keine Ebene auf.</p>	2
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein.  Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G_gA6		
1.1	$\vec{m} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{k} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{m}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; K(2 2 4)$	2
1.2	<p>Ursprungsgerade g durch A:</p> $g: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}; r = -\frac{1}{3}$ <p>Der Punkt B liegt mit dem Ursprung und dem Punkt A auf einer Geraden.</p>	2
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein.  Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

**G\_eA4**

**Beispielaufgaben S. 29**

Gegeben ist die Ebene E mit  $E: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$ ,  $r, s \in \mathbb{R}$ , sowie der Punkt P, der nicht in der Ebene E liegt.

2.1 Beschreiben Sie, wie sich die Gleichungen von drei verschiedenen Geraden bestimmen lassen, die jeweils durch den Punkt P und parallel zur Ebene E verlaufen.

3 BE

2.2 Erläutern Sie, dass es beliebig viele Geraden gibt, die durch den Punkt P und parallel zur Ebene E verlaufen.

2 BE

**G\_gA7 (zur Beispielaufgabe G\_eA4)**

**Beispielaufgaben S. 15**

Gegeben ist die Ebene E mit  $E: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$ ,  $r, s \in \mathbb{R}$ , sowie der Punkt P, der nicht in der Ebene E liegt.

1.1 Beschreiben Sie, wie sich die Gleichung einer Geraden bestimmen lässt, die durch den Punkt P und parallel zur Ebene E verläuft.

2 BE

1.2 Beschreiben Sie, wie sich die Gleichung einer Geraden bestimmen lässt, die in der Ebene E verläuft.

2 BE

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
G_eA4		
2.1	Der Ortsvektor $\vec{p}$ ist ein möglicher Stützvektor für Geraden, die parallel zur Ebene E verlaufen. Als Richtungsvektoren kommen z. B. die Spannvektoren der Ebene und deren Summe infrage. $g_1: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$ ; $g_2: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{v}$ ; $g_3: \vec{x} = \vec{p} + t \cdot (\vec{u} + \vec{v})$	3
2.2	Zum Stützvektor $\vec{p}$ gibt es beliebig viele Richtungsvektoren der Form $(r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v})$ , die eine zu E parallele Gerade bestimmen.	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

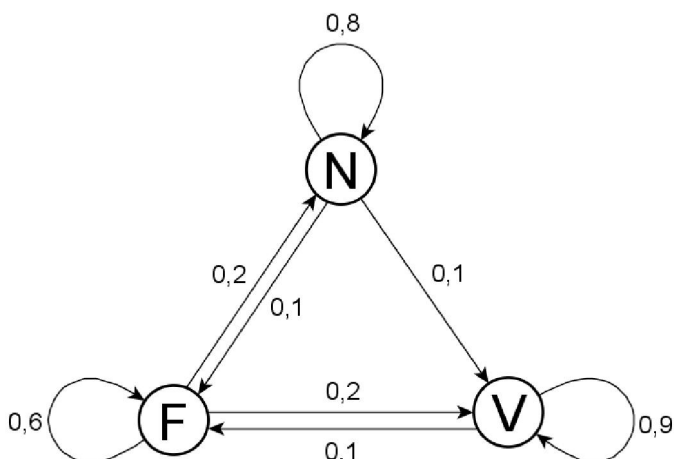
	Erwartete Schülerleistungen	BE
G_gA7		
1.1	Der Ortsvektor $\vec{p}$ ist ein möglicher Stützvektor für die Gerade. Als Richtungsvektor kommt z. B. ein Spannvektor der Ebene infrage. $g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$ .	2
1.2	Der Stützvektor der Ebene E ist auch für diese Gerade ein geeigneter Stützvektor, als Richtungsvektor kommt auch in diesem Fall ein Spannvektor der Ebene infrage. $g: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{u}$	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

**LA2\_2**

**Musteraufgaben S. 18**

Die Nutzer einer Kantine werden hinsichtlich der Auswahl eines Menüs in drei Gruppen eingeteilt: Esser des Nudelgerichts (N), Esser des Fleischgerichts (F) und Esser des vegetarischen Gerichts (V).

Der nebenstehende Graph gibt die Übergänge zwischen den Gruppen von Tag zu Tag an. Es soll davon ausgegangen werden, dass die Gesamtanzahl der Nutzer dieser Kantine konstant bleibt.



2.1 Geben Sie die in der zugehörigen Übergangsmatrix  $M$  fehlenden Werte an.

$$M = \begin{pmatrix} \square & 0,1 & \square \\ 0,2 & 0,9 & 0,1 \\ \square & 0 & \square \end{pmatrix}$$

2 BE

2.2 Geben Sie den Wert  $a_{22}$  der Matrix:  $M^2 = A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  an.

Interpretieren Sie die Bedeutung des Wertes  $a_{22}$  im Sachzusammenhang.

3 BE

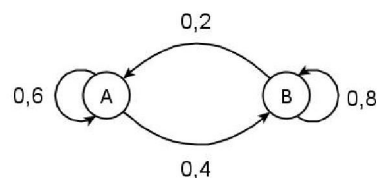
**LA\_gA4 (Zur Musteraufgabe LA2\_2)**

**Beispielaufgaben S. 20**

In einer Stadt konkurrieren die beiden Mobilfunkanbieter A und B um die Gunst der Kunden. Die Kunden können ihre Verträge monatlich kündigen.

Das nebenstehende Übergangsdiagramm beschreibt die monatlichen Übergänge zwischen den Anbietern.

Für diese Modellierung wird vorausgesetzt, dass sich die monatliche Entwicklung in der beschriebenen Weise fortsetzen wird.



1.1 Geben Sie die in der nebenstehenden Übergangsmatrix  $M$  fehlenden Werte an.

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ \dots & \dots \\ 0,4 & \dots \end{pmatrix} \begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$$

2 BE

1.2 Berechnen Sie für  $M^2$  den Wert in der zweiten Spalte und zweiten Zeile. Interpretieren Sie den berechneten Wert im Sachzusammenhang.

3 BE

Musteraufgaben Mathematik

	Erwartete Schülerleistungen	BE
LA2_2	<p>Dem Graphen entnimmt man folgende Übergänge zwischen den Gruppen von Tag zu Tag:</p> $\begin{pmatrix} F_{t+1} \\ V_{t+1} \\ N_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_t \\ V_t \\ N_t \end{pmatrix}.$ <p>Die Matrix, welche die Übergänge beschreibt, stimmt mit der Matrix <math>M</math> überein.</p>	2
	<p>Für das mittlere Element der Matrix <math>M</math> gilt: <math>a_{22} = 0,2 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0 = 0,83</math>.</p> <p>Der Wert <math>a_{22}</math> der Matrix <math>M^2 = A</math> gibt an, wie groß der Anteil der Nutzer des vegetarischen Essens eines Tages ist, die auch nach zwei Tagen das vegetarische Essen wählen.</p>	3
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
LA_gA4		
1.1	<p>Dem Graphen entnimmt man folgende Übergänge zwischen den Kunden von Monat zu Monat: <math>M = \begin{pmatrix} 0,6 &amp; 0,2 \\ 0,4 &amp; 0,8 \end{pmatrix}</math>.</p>	2
1.2	<p>Für das Element in der zweiten Spalte und zweiten Zeile der Matrix <math>M^2</math> gilt: <math>m_{22} = 0,4 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,8 = 0,72</math>.</p> <p>Der Wert <math>m_{22}</math> beschreibt den Anteil der Kunden von Anbieter B, die nach zwei aufeinander folgenden Monaten wieder oder noch Kunden von B sind. (<math>B \rightarrow A \rightarrow B</math>; <math>B \rightarrow B \rightarrow B</math>)</p>	3
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.</p>		



**S1\_1**

**Musteraufgaben S. 10**

Die Zufallsvariable  $X$  ist binomialverteilt mit  $n = 10$  und  $p = 0,6$ .

- 1.1 Geben Sie an, welche der Abbildungen die Verteilung von  $X$  darstellt.  
 Begründen Sie Ihre Auswahl.

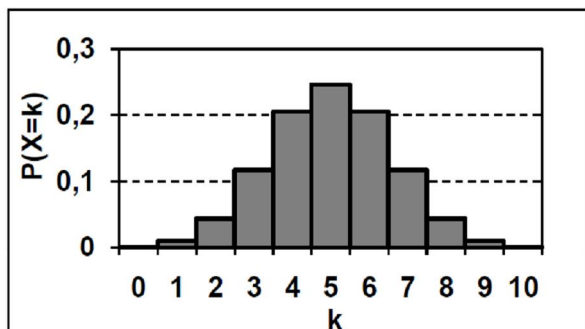


Abbildung 1

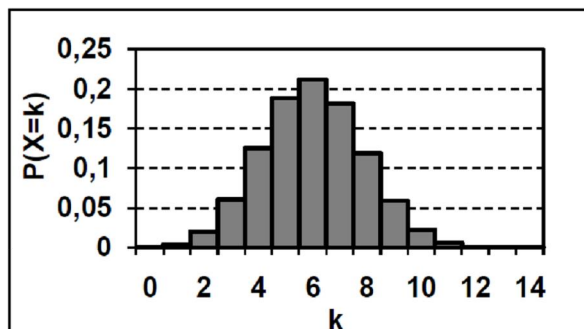


Abbildung 2

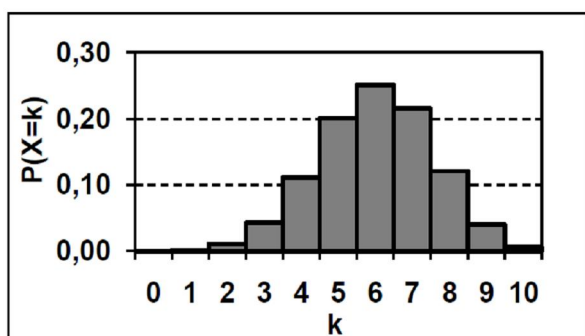


Abbildung 3

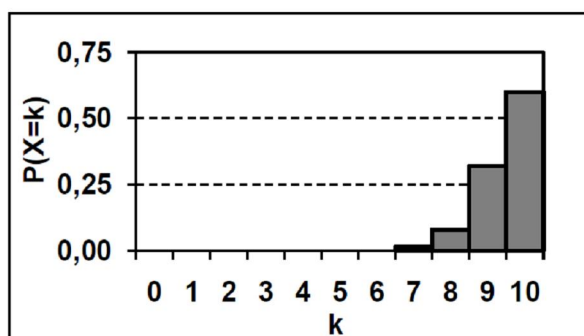


Abbildung 4

3 BE

- 1.2 Geben Sie mithilfe der von Ihnen ausgewählten Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit  $P(4 < X < 7)$  und die Wahrscheinlichkeit  $P(X \neq 5)$  an.

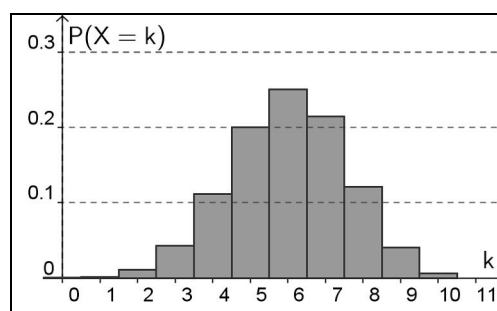
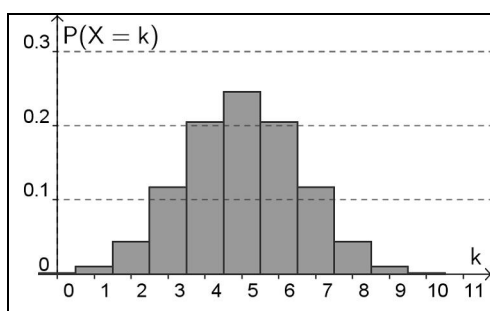
2 BE

**S\_gA1 (Zur Musteraufgabe S1\_1)**

**Beispielaufgaben S. 21**

Die Zufallsvariable  $X$  ist binomialverteilt mit  $n = 10$  und  $p = 0,6$ . Eine der beiden Abbildungen zeigt die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$ .

- 1.1 Geben Sie an, welche der Abbildungen die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$  darstellt.  
 Begründen Sie Ihre Auswahl.



Musteraufgaben Mathematik

Abbildung 1

Abbildung 2

2 BE

- 1.2 Geben Sie mithilfe der von Ihnen ausgewählten Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit  $P(4 < X < 7)$  und die Wahrscheinlichkeit  $P(X \neq 5)$  an.

2 BE

	Erwartete Schülerleistungen	BE
S1_1		
1.1	Abbildung 3 zeigt die Verteilung von $X$ $E(X) = 10 \cdot 0,6 = 6$ , deshalb entfallen die Abbildungen 1 und 4. Da in Abbildung 2 $P(X = 11) > 0$ angegeben ist, entfällt auch diese.	3
1.2	Wahrscheinlichkeit: $P(4 < X < 7) \approx 0,45$ Wahrscheinlichkeit: $P(X \neq 5) \approx 0,8$	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
S_gA1		
1.1	Abbildung 2 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $X$ . Der Graph einer Binomialverteilung hat beim Erwartungswert $\mu$ die größte Wahrscheinlichkeit. Hier gilt $\mu = 10 \cdot 0,6 = 6$ . Da eine der beiden Abbildungen die Verteilung von $X$ darstellen soll, kann es sich nur um Abbildung 2 handeln.	2
1.2	$P(4 < X < 7) \approx 0,45$ $P(X \neq 5) = 1 - P(X = 5) \approx 0,8$	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

**S1\_2**

**Musteraufgaben S. 11**

In den Urnen  $U_1$  und  $U_2$  befinden sich Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden:

$U_1$ : 6 rote und 4 blaue Kugeln

$U_2$ : 1 rote und 4 blaue Kugeln

1.1 Aus der Urne  $U_1$  werden zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

2 BE

1.2 Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser wird eine Kugel zufällig gezogen. Die gezogene Kugel ist rot.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Kugel aus der Urne  $U_1$  stammt.

3 BE

**S\_gA2 (Zur Musteraufgabe S1\_2)**

**Beispielaufgaben S. 22**

In den Urnen  $U_1$  und  $U_2$  befinden sich Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden:

$U_1$ : 6 rote und 4 blaue Kugeln

$U_2$ : 1 rote und 4 blaue Kugeln

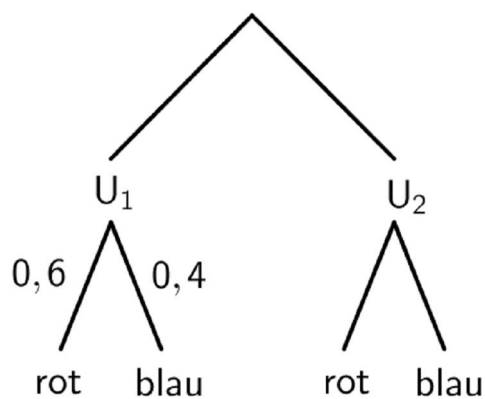
1.1 Aus der Urne  $U_1$  werden zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

2 BE

1.2 Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser wird eine Kugel zufällig gezogen. Die gezogene Kugel ist rot. Mit dem nebenstehenden Baumdiagramm soll dieses Zufallsexperiment beschrieben werden. Ergänzen die die vier fehlenden Einträge an den Pfaden.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gezogene Kugel aus der Urne  $U_1$  stammt.



3 BE

	Erwartete Schülerleistungen	BE
S1_2		
1.1	$P(\text{„beide Kugeln haben die gleiche Farbe“}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{7}{15}$	2
1.2	Mithilfe eines Baumdiagramms erhält man: $P(E_2) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{3}{4}$ .	3
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
S_gA2		
1.1	$P(\text{„gleiche Farbe“}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{7}{15}$	2
1.2	Vervollständigung des Baumdiagramms: <div style="text-align: center;"> <pre> graph TD     Root(( )) --- 0,5  U1((U1))     Root --- 0,5  U2((U2))     U1 --- 0,6  rot1[rot]     U1 --- 0,4  blau1[blau]     U2 --- 0,2  rot2[rot]     U2 --- 0,8  blau2[blau] </pre> </div>	3
	$P(\text{„gezogene Kugel stammt aus } U_1\text{“}) = \frac{0,5 \cdot 0,6}{0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,2} = \frac{3}{4}$	
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

**S2\_2**

**Musteraufgaben S. 20**

Eine verbeulte Münze wird mehrfach geworfen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Wurf „Wappen“ fällt, beträgt  $p$ .

2.1 Geben Sie jeweils einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse A und B an:

A: Bei fünf Würfeln fällt genau dreimal „Wappen“.

B: Bei fünf Würfeln fällt genau dreimal „Wappen“, darunter bei den ersten beiden Würfeln zweimal.

3 BE

2.2 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei drei Würfeln dreimal „Wappen“ fällt, ist 0,216. Untersuchen Sie, ob das Ergebnis „Wappen“ wahrscheinlicher ist als das Ergebnis „Zahl“.

2 BE

**S\_gA4 (Zur Musteraufgabe S2\_2)**

**Beispielaufgaben S. 24**

Eine verbeulte Münze wird mehrfach geworfen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Wurf „Wappen“ fällt, beträgt  $p$ .

1.1. Geben Sie jeweils einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse A und B an:

A: Bei fünf Würfeln fällt genau dreimal „Wappen“.

B: Bei fünf Würfeln fällt nur im ersten Wurf oder nur im letzten Wurf „Wappen“.

3 BE

1.2. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei drei Würfeln dreimal „Wappen“ fällt, ist 0,216. Untersuchen Sie, ob das Ergebnis „Wappen“ wahrscheinlicher ist als das Ergebnis „Zahl“.

2 BE

	Erwartete Schülerleistungen	BE
S2_2	Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A: $\binom{5}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^2$  Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B: $p^2 \cdot \binom{3}{1} \cdot p \cdot (1-p)^2$	3
	Das Ergebnis "Wappen" ist wahrscheinlicher, da gilt: $0,216 > 0,5^3$ .	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		

	Erwartete Schülerleistungen	BE
S_gA4	1.1 Term für P(A): $\binom{5}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^2$  Term für P(B): $p \cdot (1-p)^4 + (1-p)^4 \cdot p = 2 \cdot p \cdot (1-p)^4$	3
	1.2 Das Ergebnis "Wappen" ist wahrscheinlicher, da gilt: $0,216 > 0,5^3$ .	2
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl unter Berücksichtigung der verbindlichen BE bewertet.		